

## Завдання для домашньої контрольної роботи

1. Наведіть приклад висловлення, яке можна було б записати в наступному вигляді. Знайдіть його значення істинності.

- |   |  |
|---|--|
| 1. $(A \rightarrow B) \vee (C \wedge \bar{B})$ ;                  | 16. $(A \wedge B) \vee (C \wedge \bar{B})$ ;                                 |
| 2. $(A \rightarrow \bar{B}) \leftrightarrow (C \wedge B)$ ;       | 17. $(A \vee B) \wedge (C \vee \bar{B})$ ;                                   |
| 3. $\bar{B} \vee (C \rightarrow (B \wedge A))$ ;                  | 18. $(A \leftrightarrow B) \wedge (C \vee \bar{B})$ ;                        |
| 4. $(A \rightarrow B) \vee \overline{(C \wedge B)}$ ;             | 19. $((A \vee B) \leftrightarrow C) \wedge \bar{B}$ ;                        |
| 5. $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (C \vee \bar{B})$ ;         | 20. $\overline{(A \rightarrow B)} \vee (C \rightarrow \bar{B})$ ;            |
| 6. $(A \rightarrow \bar{B}) \vee (C \rightarrow B)$ ;             | 21. $(A \wedge (B \rightarrow C)) \leftrightarrow \bar{B}$ ;                 |
| 7. $\bar{B} \vee (\bar{A} \rightarrow (C \wedge B))$ ;            | 22. $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge \bar{B})$ ;                            |
| 8. $\bar{B} \vee (A \rightarrow \overline{(C \wedge B)})$ ;       | 23. $(A \rightarrow B) \rightarrow (C \rightarrow \bar{B})$ ;                |
| 9. $\bar{B} \leftrightarrow (\bar{A} \rightarrow (C \wedge B))$ ; | 24. $(A \vee B) \rightarrow (C \vee \bar{B})$ ;                              |
| 10. $(A \wedge (C \rightarrow B)) \leftrightarrow \bar{B}$ ;      | 25. $\overline{(A \wedge B)} \rightarrow (C \wedge \bar{B})$ ;               |
| 11. $\overline{(A \vee (C \leftrightarrow \bar{B}))}$ ;           | 26. $(A \leftrightarrow B) \rightarrow (C \leftrightarrow \bar{B})$ ;        |
| 12. $(C \vee \bar{B}) \wedge (A \leftrightarrow B)$ ;             | 27. $(A \vee B \vee C) \rightarrow (C \wedge \bar{B})$ ;                     |
| 13. $(A \vee (C \rightarrow \bar{B})) \leftrightarrow B$ ;        | 28. $(A \wedge B \wedge C) \vee (C \wedge \bar{B})$ ;                        |
| 14. $(A \leftrightarrow B) \vee (C \leftrightarrow \bar{B})$ ;    | 29. $(A \wedge B \wedge \bar{C}) \leftrightarrow (C \wedge \bar{B})$ ;       |
| 15. $\overline{\overline{(A \vee (C \wedge \bar{B}))}}$ ;         | 30. $\overline{(A \rightarrow B)} \vee \overline{(C \rightarrow \bar{B})}$ . |

2. Складіть таблицю істинності для формули алгебри висловлень. Вкажіть вид формули.

1.  $\overline{((\bar{Y} \vee \bar{Z}) \leftrightarrow X) \wedge (\bar{X} \wedge (Y \rightarrow \bar{Z}))}$ ;
2.  $\overline{((X \rightarrow Y) \wedge (Y \rightarrow \bar{X}) \wedge (\bar{Z} \vee \bar{Y})) \rightarrow (\bar{X} \vee \bar{Y})}$ ;
3.  $\overline{((X \wedge Y \wedge Z) \vee ((X \rightarrow \bar{Y}) \wedge \bar{Z})) \leftrightarrow \bar{X}}$ ;
4.  $\overline{(((\bar{X} \wedge \bar{Z}) \vee (X \wedge Z)) \wedge \bar{Y}) \rightarrow (X \leftrightarrow Y)}$ ;
5.  $\bar{X} \leftrightarrow ((Y \vee \bar{Z}) \rightarrow \overline{(X \vee \bar{Y})})$ ;
6.  $\overline{((X \wedge (Y \rightarrow Z)) \vee (X \vee \bar{Z})) \leftrightarrow (\bar{Y} \leftrightarrow Z)}$ ;
7.  $\overline{((X \leftrightarrow (Y \vee \bar{Z})) \wedge \bar{X}) \rightarrow ((X \vee \bar{Y}) \leftrightarrow Z)}$ ;
8.  $\overline{((\bar{Y} \vee \bar{Z}) \leftrightarrow X) \wedge (\bar{X} \vee (Y \rightarrow \bar{Z}))}$ ;
9.  $\overline{((\bar{X} \rightarrow Y) \vee (\bar{Y} \wedge Z)) \leftrightarrow ((X \rightarrow \bar{Z}) \vee Y)}$ ;
10.  $\overline{((X \vee Y \vee \bar{Z}) \rightarrow (\bar{X} \rightarrow Y)) \vee \bar{Y}}$ ;
11.  $\overline{((X \rightarrow \bar{Y}) \rightarrow Z) \leftrightarrow ((Y \rightarrow \bar{X}) \rightarrow \bar{Z})}$ ;
12.  $\overline{((Y \wedge Z) \leftrightarrow \bar{X}) \vee (X \vee (\bar{Y} \rightarrow Z))}$ ;
13.  $\overline{(((X \vee Y) \wedge Z) \rightarrow \bar{X}) \vee \bar{Y} \wedge \bar{Z}}$ ;
14.  $\overline{((\bar{Y} \leftrightarrow (X \vee Y \vee Z)) \rightarrow \bar{X}) \rightarrow (Y \wedge Z)}$ ;
15.  $\overline{((X \rightarrow \bar{Y}) \vee Z) \wedge ((X \wedge Y) \leftrightarrow \bar{Z})}$ ;

16.  $((X \wedge \bar{Y}) \rightarrow (\bar{Z} \leftrightarrow Y)) \vee (\bar{X} \vee (Y \rightarrow Z))$ ;
17.  $((Y \wedge Z) \vee \bar{X}) \wedge \bar{Y} \leftrightarrow ((X \rightarrow Y) \rightarrow Z)$ ;
18.  $(X \rightarrow (\bar{Z} \leftrightarrow Y)) \leftrightarrow (Y \rightarrow (\bar{X} \vee Z))$ ;
19.  $(\bar{X} \vee (\bar{Y} \rightarrow Z) \vee (\bar{Z} \wedge Y)) \leftrightarrow (\bar{Z} \rightarrow \bar{X})$ ;
20.  $(\bar{X} \vee Y) \rightarrow ((\bar{X} \wedge \bar{Y} \wedge Z) \leftrightarrow (\bar{X} \rightarrow Y))$ ;
21.  $Y \rightarrow (\bar{Z} \leftrightarrow (\bar{X} \rightarrow ((Y \vee Z) \wedge X)))$ ;
22.  $((X \leftrightarrow \bar{Z}) \rightarrow (Y \vee Z \vee \bar{X})) \rightarrow (\bar{Y} \wedge X)$ ;
23.  $\bar{Y} \leftrightarrow ((\bar{X} \rightarrow (Z \wedge \bar{Y})) \rightarrow (X \wedge (\bar{Y} \vee Z)))$ ;
24.  $(\bar{X} \leftrightarrow (\bar{Z} \rightarrow (X \vee Y)) \wedge (X \leftrightarrow (\bar{Z} \rightarrow Y)))$ ;
25.  $((X \wedge Y) \rightarrow \bar{Z}) \leftrightarrow ((\bar{X} \vee \bar{Y}) \rightarrow Z) \vee \bar{X}$ ;
26.  $((\bar{X} \wedge Z) \vee Y) \rightarrow (\bar{Y} \rightarrow (Z \leftrightarrow (X \wedge Y)))$ ;
27.  $((X \wedge Z) \leftrightarrow (\bar{X} \vee \bar{Z})) \rightarrow (X \leftrightarrow (Y \rightarrow Z))$ ;
28.  $((Y \vee \bar{Z}) \wedge (Y \rightarrow \bar{X}) \wedge (\bar{Y} \leftrightarrow X)) \rightarrow Y$ ;
29.  $(\bar{Z} \vee (X \leftrightarrow \bar{Y}) \vee (X \rightarrow Y)) \wedge (Y \rightarrow \bar{Z})$ ;
30.  $\bar{X} \vee ((X \leftrightarrow ((Y \rightarrow Z) \wedge (Z \rightarrow \bar{Y}))) \leftrightarrow Y)$ .

3. Спростити формулу за допомогою рівносильних перетворень.

1.  $((\bar{X} \leftrightarrow \bar{Y}) \rightarrow (\bar{X} \vee \bar{Y})) \wedge X$ ;
2.  $(X \leftrightarrow \bar{Y}) \rightarrow (X \rightarrow (X \wedge \bar{Y}))$ ;
3.  $(Y \rightarrow X) \rightarrow (\bar{X} \rightarrow (Y \rightarrow X))$ ;
4.  $\bar{Y} \rightarrow ((\bar{Y} \rightarrow X) \wedge (X \rightarrow Y))$ ;
5.  $(Y \leftrightarrow X) \rightarrow (X \rightarrow (X \wedge Y))$ ;
6.  $((X \leftrightarrow Y) \rightarrow (X \rightarrow Y)) \wedge Y$ ;
7.  $(\bar{X} \rightarrow Y) \rightarrow ((\bar{X} \rightarrow \bar{Y}) \rightarrow X)$ ;
8.  $((X \rightarrow Y) \wedge (X \rightarrow \bar{Y})) \rightarrow \bar{X}$ ;
9.  $(X \rightarrow \bar{Y}) \rightarrow ((X \rightarrow Y) \rightarrow \bar{X})$ ;
10.  $((X \wedge \bar{Y}) \rightarrow Y) \rightarrow (X \rightarrow Y)$ ;

Перетворити формулу на рівносильну, яка б містила лише знаки заперечення і кон'юнкції.

11.  $(X \rightarrow (Y \rightarrow \bar{X})) \rightarrow (Y \rightarrow \bar{X})$ ;
12.  $(X \rightarrow Y) \leftrightarrow (Y \rightarrow X)$ ;
13.  $(X \rightarrow Y) \vee (X \rightarrow (Y \wedge X))$ ;
14.  $(X \rightarrow Y) \vee (\bar{X} \rightarrow (Y \wedge X))$ ;
15.  $(Y \rightarrow (\bar{X} \rightarrow (Y \wedge X))) \vee X$ ;
16.  $((Y \vee X) \leftrightarrow X) \wedge (Y \rightarrow X)$ ;
17.  $(X \rightarrow \bar{Y}) \wedge (\bar{X} \rightarrow (Y \wedge \bar{X}))$ ;
18.  $(X \leftrightarrow \bar{Y}) \rightarrow (X \rightarrow (\bar{X} \wedge Y))$ ;
19.  $(X \rightarrow Y) \vee (X \rightarrow (Y \wedge X))$ ;
20.  $((X \rightarrow Y) \wedge (\bar{X} \rightarrow \bar{Y})) \wedge \bar{X}$ ;

Перетворити формулу на рівносильну, яка б містила лише знаки заперечення і диз'юнкції.

- |   |   |
|---|---|
| 21. $((X \leftrightarrow Y) \rightarrow (X \vee Y)) \wedge \bar{X}$           | 26. $((X \leftrightarrow Y) \rightarrow (X \rightarrow \bar{Y})) \wedge Y$                      |
| 22. $((X \rightarrow Y) \wedge (Y \rightarrow \bar{X})) \rightarrow Y$        | 27. $((\bar{X} \leftrightarrow \bar{Y}) \rightarrow (X \rightarrow \bar{Y})) \wedge X$ ;        |
| 23. $(X \rightarrow \bar{Y}) \wedge (\bar{X} \rightarrow (Y \wedge \bar{X}))$ | 28. $(Y \rightarrow X) \wedge (\bar{X} \rightarrow (Y \rightarrow X))$ ;                        |
| 24. $\bar{X} \wedge ((\bar{Y} \rightarrow X) \wedge (X \rightarrow Y))$       | 29. $\overline{((\bar{X} \wedge \bar{Y}) \rightarrow Y)} \wedge (X \rightarrow Y)$ ;            |
| 25. $(Y \leftrightarrow X) \wedge (X \rightarrow (X \wedge Y))$               | 30. $\overline{(X \rightarrow \bar{Y})} \wedge ((\bar{X} \rightarrow Y) \rightarrow \bar{X})$ . |

4. Звести формулу до ДНФ.

- |  |  |
|--|--|
| 1. $((X \leftrightarrow \bar{Y}) \vee Z) \wedge Y$ ;                               | 16. $((\bar{X} \leftrightarrow Y) \vee Z) \wedge \bar{Y}$ ;                        |
| 2. $((X \rightarrow Y) \rightarrow Z) \rightarrow \bar{X}$ ;                       | 17. $\overline{((\bar{X} \wedge Y) \rightarrow Y)} \rightarrow (X \wedge \bar{Z})$ |
| 3. $(X \leftrightarrow Z) \rightarrow (X \wedge \bar{Y})$ ;                        | 18. $(X \wedge Z) \vee (\bar{Y} \leftrightarrow Z)$ ;                              |
| 4. $(\bar{X} \wedge Z) \vee (Y \rightarrow Z)$ ;                                   | 19. $(X \leftrightarrow Y) \wedge (\bar{X} \vee Z)$ ;                              |
| 5. $\overline{(X \wedge Y)} \vee \overline{(Z \rightarrow Y)}$ ;                   | 20. $(Z \wedge Y) \vee ((Z \rightarrow \bar{Y}) \wedge \bar{X})$ ;                 |
| 6. $X \rightarrow (Y \leftrightarrow Z)$ ;   | 21. $((Z \rightarrow Y) \vee \bar{X}) \rightarrow \bar{X}$ ;                       |
| 7. $\overline{(X \vee (Y \leftrightarrow \bar{Z}))}$ ;                             | 22. $(\bar{Y} \wedge X) \vee (Z \leftrightarrow Y)$ ;                              |
| 8. $(X \leftrightarrow Y) \vee (\bar{Y} \wedge Z)$ ;                               | 23. $\bar{X} \wedge \overline{(Y \leftrightarrow Z)}$ ;                            |
| 9. $(X \vee (Y \rightarrow Z)) \rightarrow X$ ;                                    | 24. $Y \rightarrow (\bar{X} \leftrightarrow Z)$ ;                                  |
| 10. $(X \wedge Y) \vee ((X \rightarrow \bar{Y}) \wedge \bar{Z})$ ;                 | 25. $\overline{(X \wedge \bar{Y})} \vee \overline{(Z \rightarrow Y)}$ ;            |
| 11. $(X \leftrightarrow Y) \wedge (\bar{Y} \vee Z)$ ;                              | 26. $(\bar{Y} \wedge \bar{Z}) \vee (X \rightarrow \bar{Z})$ ;                      |
| 12. $(X \wedge Y) \vee (Y \leftrightarrow Z)$ ;                                    | 27. $(Y \leftrightarrow X) \rightarrow (Y \wedge \bar{Z})$ ;                       |
| 13. $\overline{((\bar{X} \wedge Y) \rightarrow Y)} \rightarrow \bar{X} \wedge Z$ ; | 28. $(X \leftrightarrow Y) \rightarrow (\bar{X} \vee Z)$ ;                         |
| 14. $((X \leftrightarrow \bar{Y}) \vee Z) \wedge Y$ ;                              | 29. $((\bar{Z} \leftrightarrow Y) \vee \bar{X}) \wedge \bar{Y}$ ;                  |
| 15. $(X \leftrightarrow Y) \rightarrow (\bar{X} \vee Z)$ ;                         | 30. $((\bar{X} \rightarrow Z) \rightarrow Y) \rightarrow X$ .                      |

5. Звести формулу до КНФ.

- |   |   |
|---|---|
| 1. $((\bar{X} \leftrightarrow Y) \vee Z) \wedge \bar{Y}$ ;                          | 3. $\overline{((\bar{X} \wedge Y) \rightarrow Y)} \rightarrow (\bar{X} \wedge Z)$ ; |
| 2. $\overline{((\bar{X} \wedge Y) \rightarrow Y)} \rightarrow (X \wedge \bar{Z})$ ; | 4. $(X \wedge Z) \vee (\bar{Y} \leftrightarrow Z)$ ;                                |
| 5. $(X \leftrightarrow Y) \wedge (\bar{X} \vee Z)$ ;                                | 18. $((X \rightarrow Y) \rightarrow Z) \rightarrow \bar{X}$ ;                       |
| 6. $(Z \wedge Y) \vee ((Z \rightarrow \bar{Y}) \wedge \bar{X})$ ;                   | 19. $(X \leftrightarrow Z) \rightarrow (X \wedge \bar{Y})$ ;                        |
| 7. $((Z \rightarrow Y) \vee \bar{X}) \rightarrow \bar{X}$ ;                         | 20. $(\bar{X} \wedge Z) \vee (Y \rightarrow Z)$ ;                                   |
| 8. $(\bar{Y} \wedge X) \vee (Z \leftrightarrow Y)$ ;                                | 21. $\overline{(X \wedge Y)} \vee \overline{(Z \rightarrow Y)}$ ;                   |
| 9. $\bar{X} \wedge \overline{(Y \leftrightarrow Z)}$ ;                              | 22. $X \rightarrow (Y \leftrightarrow Z)$ ;   |
| 10. $Y \rightarrow (\bar{X} \leftrightarrow Z)$ ;                                   | 23. $\overline{X \vee (Y \leftrightarrow \bar{Z})}$ ;                               |
| 11. $\overline{(X \wedge \bar{Y})} \vee \overline{(Z \rightarrow Y)}$ ;             | 24. $(X \leftrightarrow Y) \vee (\bar{Y} \wedge Z)$ ;                               |

- |   |  |
|---|--|
| 12. $(\bar{Y} \wedge \bar{Z}) \vee (X \rightarrow \bar{Z})$ ;     | 25. $(X \vee (Y \rightarrow Z)) \rightarrow X$ ;                   |
| 13. $(Y \leftrightarrow X) \rightarrow (Y \wedge \bar{Z})$ ;      | 26. $(X \wedge Y) \vee ((X \rightarrow \bar{Y}) \wedge \bar{Z})$ ; |
| 14. $(X \leftrightarrow Y) \rightarrow (\bar{X} \vee Z)$ ;        | 27. $(X \leftrightarrow Y) \wedge (\bar{Y} \vee Z)$ ;              |
| 15. $((\bar{Z} \leftrightarrow Y) \vee \bar{X}) \wedge \bar{Y}$ ; | 28. $(X \wedge Y) \vee (Y \leftrightarrow Z)$ ;                    |
| 16. $((\bar{X} \rightarrow Z) \rightarrow Y) \rightarrow X$ ;     | 29. $((X \leftrightarrow \bar{Y}) \vee Z) \wedge Y$ ;              |
| 17. $((X \leftrightarrow \bar{Y}) \vee Z) \wedge Y$ ;             | 30. $(X \leftrightarrow Y) \rightarrow (\bar{X} \vee Z)$ .         |

6. Знайти ДДНФ і ДКНФ двома способами (кожну з них):

1 спосіб: за допомогою рівносильних перетворень;

2 спосіб: за допомогою таблиці істинності.

- |  |  |
|--|--|
| 1. $((X \rightarrow Y) \rightarrow Z) \rightarrow \bar{X}$ ;                   | 14. $(X \leftrightarrow Y) \rightarrow (\bar{X} \vee Z)$ ;                         |
| 2. $(X \leftrightarrow Z) \rightarrow (X \wedge \bar{Y})$ ;                    | 15. $((\bar{X} \leftrightarrow Y) \vee Z) \wedge \bar{Y}$ ;                        |
| 3. $(\bar{X} \wedge Z) \vee (Y \rightarrow Z)$ ;                               | 16. $\overline{((\bar{X} \wedge Y) \rightarrow Y)} \rightarrow (X \wedge \bar{Z})$ |
| 4. $\overline{(X \wedge Y) \vee (Z \rightarrow Y)}$ ;                          | 17. $(X \wedge Z) \vee (\bar{Y} \leftrightarrow Z)$ ;                              |
| 5. $X \rightarrow (Y \leftrightarrow Z)$ ;                                     | 18. $(X \leftrightarrow Y) \wedge (\bar{X} \vee Z)$ ;                              |
| 6. $\overline{X \vee (Y \leftrightarrow \bar{Z})}$ ;                           | 19. $(Z \wedge Y) \vee ((Z \rightarrow \bar{Y}) \wedge \bar{X})$ ;                 |
| 7. $(X \leftrightarrow Y) \vee (\bar{Y} \wedge Z)$ ;                           | 20. $((Z \rightarrow Y) \vee \bar{X}) \rightarrow \bar{X}$ ;                       |
| 8. $(X \vee (Y \rightarrow Z)) \rightarrow X$ ;                                | 21. $(\bar{Y} \wedge X) \vee (Z \leftrightarrow Y)$ ;                              |
| 9. $(X \wedge Y) \vee ((X \rightarrow \bar{Y}) \wedge \bar{Z})$ ;              | 22. $\bar{X} \wedge (\bar{Y} \leftrightarrow Z)$ ;                                 |
| 10. $(X \leftrightarrow Y) \wedge (\bar{Y} \vee Z)$ ;                          | 23. $Y \rightarrow (\bar{X} \leftrightarrow Z)$ ;                                  |
| 11. $(X \wedge Y) \vee (Y \leftrightarrow Z)$ ;                                | 24. $\overline{(X \wedge \bar{Y}) \vee (Z \rightarrow Y)}$ ;                       |
| 12. $\overline{((X \wedge Y) \rightarrow Y)} \rightarrow (\bar{X} \wedge Z)$ ; | 25. $(\bar{Y} \wedge \bar{Z}) \vee (X \rightarrow \bar{Z})$ ;                      |
| 13. $((X \leftrightarrow \bar{Y}) \vee Z) \wedge Y$ ;                          | 26. $(Y \leftrightarrow X) \rightarrow (Y \wedge \bar{Z})$ ;                       |
| 27. $(X \leftrightarrow Y) \rightarrow (\bar{X} \vee Z)$ ;                     | 29. $((\bar{X} \rightarrow Z) \rightarrow Y) \rightarrow X$ ;                      |
| 28. $((\bar{Z} \leftrightarrow Y) \vee \bar{X}) \wedge \bar{Y}$ ;              | 30. $((X \leftrightarrow \bar{Y}) \vee Z) \wedge Y$ .                              |

7. Визначити, чи має місце логічне слідування 4-ма способами:

1 спосіб: за означенням логічного слідування;

2 спосіб: за критерієм логічного слідування;

3 спосіб: методом від супротивного;

4 спосіб: методом резолюцій.

1.  $(Z \rightarrow T, T \rightarrow \bar{Y}, X \rightarrow (Y \vee Z)) \models X \rightarrow Y;$
2.  $(Z \rightarrow X, \bar{X} \rightarrow \bar{Y}, \bar{X} \wedge T) \models \bar{Z} \wedge \bar{Y};$
3.  $(T \rightarrow \bar{Z}, Z \rightarrow \bar{Y}, X \rightarrow (Y \vee T)) \models Z \rightarrow X;$
4.  $(Y \rightarrow X, Z \rightarrow \bar{T}, T \vee \bar{X}) \models Y \rightarrow \bar{Z};$
5.  $(X \vee Y \vee \bar{Z}, X \rightarrow (V \vee W), Y \rightarrow T, \bar{Z}) \models V \vee W \vee T;$
6.  $(X \rightarrow Y, Z \rightarrow \bar{T}, T \vee \bar{Y}) \models X \rightarrow \bar{Z};$
7.  $(Z \rightarrow X, Y \wedge T, \bar{Z} \rightarrow \bar{T}) \models \bar{X} \wedge T;$
8.  $(X \rightarrow V, Z \rightarrow T, X \rightarrow Z, \overline{(V \wedge T)}) \models \bar{X};$
9.  $(\bar{X} \vee \bar{Y} \vee \bar{Z}, X \rightarrow V, Y \rightarrow T, Z \rightarrow X) \models V \vee T;$
10.  $(X \rightarrow Z, Y \leftrightarrow \bar{T}, Z \rightarrow T) \models \bar{X} \vee \bar{Y};$
11.  $(\bar{X} \rightarrow Z, \bar{Z} \rightarrow \bar{Y}, Z \wedge T) \models \bar{X} \rightarrow \bar{Y};$
12.  $(\bar{X} \vee Y \vee Z, \bar{X} \rightarrow V, Y \rightarrow T, \bar{Z}) \models V \vee T;$
13.  $(\bar{X} \rightarrow \bar{Z}, Y \leftrightarrow \bar{T}, \bar{Z} \rightarrow \bar{T}) \models X \vee Y;$
14.  $(\bar{X} \rightarrow \bar{Z}, Y \leftrightarrow \bar{T}, \bar{Z} \rightarrow T) \models X \rightarrow Y;$
15.  $(X \vee Y \vee Z, \bar{X} \rightarrow V, Y \rightarrow T, \bar{Z}) \models V \vee T;$
16.  $(X \rightarrow Z, \bar{Z} \rightarrow \bar{Y}, \bar{Z} \wedge T) \models \bar{X} \wedge \bar{Y};$
17.  $(X \rightarrow Z, Y \leftrightarrow T, Z \rightarrow T) \models \bar{X} \vee \bar{Y};$
18.  $(X \vee Y \vee \bar{Z}, X \rightarrow V, Y \rightarrow T, Z) \models V \vee T;$
19.  $(X \rightarrow Y, Z \rightarrow \bar{T}, X \rightarrow Z, Y \wedge T) \models \bar{Z};$
20.  $(\bar{X} \vee \bar{Y} \vee \bar{Z}, Y \wedge T, \bar{Z} \rightarrow \bar{T}) \models \bar{X} \wedge T;$
21.  $(X \rightarrow Y, Z \rightarrow \bar{T}, T \vee \bar{Y}) \models X \vee \bar{Z};$
22.  $(X \vee Y \vee \bar{Z}, X \rightarrow (V \vee W), Y \rightarrow T, Z) \models V \vee W \vee T;$
23.  $(Y \rightarrow X, Z \rightarrow \bar{T}, T \wedge \bar{X}) \models Y \rightarrow X;$
24.  $(T \rightarrow Z, Z \rightarrow Y, X \rightarrow (Y \vee T)) \models X \rightarrow Y;$
25.  $(Z \rightarrow X, \bar{X} \rightarrow \bar{Y}, \bar{X} \wedge T) \models X \vee \bar{T};$
26.  $(Z \rightarrow T, T \rightarrow Y, X \rightarrow (Y \vee Z)) \models X \rightarrow Y;$
27.  $(X \rightarrow \bar{Z}, Y \leftrightarrow T, \bar{Z} \rightarrow (\bar{T} \wedge X)) \models X \rightarrow Y;$
28.  $(X \vee \bar{Y} \vee \bar{Z}, Y \vee T, \bar{Z} \rightarrow T, \bar{X}) \models \bar{X} \wedge T;$
29.  $(Z \rightarrow X, \bar{Z} \leftrightarrow \bar{Y}, T \rightarrow \bar{Y}) \models X \rightarrow \bar{T};$
30.  $(Y \rightarrow X, T \rightarrow Z, Y \vee T) \models \bar{X} \rightarrow Z.$

## Завдання 8

Для предиката  $P(x,y)$  і предиката  $Q(x,y)$ , заданих на множині  $R \times R$  рівнянням (нерівністю), виконати наступне:

- для заданих  $a, b, c, d$  знайти  $P(a,b)$  і  $Q(c,d)$ ;
- знайти області істинності  $E_P$  і  $E_Q$  предикатів;
- вказати графічно множини, на яких предикат  $P(x,y)$  є виконуваним, є спростовним, є тотожно істинним, є тотожно хибним;
- вказати графічно множини, на яких предикати  $P(x,y)$  і  $Q(x,y)$  рівносильні;
- вказати графічно області істинності предикатів  $S(x,y)$  і  $T(x,y)$ , утворених із  $P(x,y)$  і  $Q(x,y)$  за допомогою логічних операцій.

1.  $P(x,y): y-2x^2-1 \geq 0$ ,  $Q(x,y): x^2+y^2-4 < 0$

a)  $P(1,1)=?$ ,  $P(0,2)=?$ ,  $Q(2,2)=?$ ,  $Q(1,0)=?$ .

e)  $S(x,y) = P(x,y) \wedge Q(x,y)$ ,

$T(x,y) = P(x,y) \rightarrow Q(x,y)$ ;

2.  $P(x,y): xy+2=0$ ,  $Q(x,y): 2x-y \leq 0$ ,

a)  $P(\sqrt{2}, -\sqrt{2})=?$ ,  $P(1,3)=?$ ,  $Q(1,3)=?$ ,  $Q(-1,-3)=?$ ,

e)  $S(x,y) = P(x,y) \vee Q(x,y)$ ,

$T(x,y) = P(x,y) \leftrightarrow Q(x,y)$ ;

3.  $P(x,y): y^2-x^2 \geq 0$ ,  $Q(x,y): y+x^2-1=0$ ,

a)  $P(2,3)=?$ ,  $P(-2,-1)=?$ ,  $Q(3,2)=?$ ,  $Q(2,0)=?$ ,

e)  $\neg S(x,y) = P(x,y) \wedge Q(x,y)$ ,

$T(x,y) = Q(x,y) \rightarrow P(x,y)$ ;

4.  $P(x,y): y-2 \geq 0$ ,  $Q(x,y): xy-1 < 0$ ,

a)  $P(2,3)=?$ ,  $P(-2,1)=?$ ,  $Q(1,-3)=?$ ,  $Q(-2,-2)=?$ ,

e)  $S(x,y) = P(x,y) \vee Q(x,y)$ ,

$T(x,y) = \neg P(x,y) \leftrightarrow Q(x,y)$ ;

5.  $P(x,y): x^2-y^2 \geq 0$ ,  $Q(x,y): x^2+y^2-5 \leq 0$ ,

a)  $P(2,3)=?$ ,  $P(-2,-1)=?$ ,  $Q(-1,2)=?$ ,  $Q(2,-3)=?$ ,

$$e) S(x, y) = P(x, y) \wedge Q(x, y),$$

$$T(x, y) = Q(x, y) \rightarrow P(x, y);$$

$$6. P(x, y): x - y^2 - 1 \geq 0, \quad Q(x, y): x - 3 \leq 0,$$

$$a) P(-1, 4) = ?, P(5, 2) = ?, Q(-2, 3) = ?, Q(4, 1) = ?,$$

$$e) S(x, y) = P(x, y) \vee \overline{Q}(x, y),$$

$$T(x, y) = P(x, y) \leftrightarrow Q(x, y);$$

$$7. P(x, y): x^2 + y^2 - 4 \geq 0, \quad Q(x, y): 4x^2 - y^2 < 0,$$

$$a) P(1, -1) = ?, P(3, 4) = ?, Q(2, 4) = ?, Q(4, -1) = ?,$$

$$e) S(x, y) = P(x, y) \wedge Q(x, y),$$

$$T(x, y) = Q(x, y) \rightarrow P(x, y);$$

$$8. P(x, y): x - y^2 \leq 0, \quad Q(x, y): x^2 - 4 > 0,$$

$$a) P(-4, 2) = ?, P(3, -1) = ?, Q(-\sqrt{3}, 4) = ?, Q(4, -3) = ?,$$

$$e) S(x, y) = P(x, y) \vee \overline{Q}(x, y),$$

$$T(x, y) = P(x, y) \leftrightarrow Q(x, y);$$

$$9. P(x, y): y - 2x + 1 < 0, \quad Q(x, y): y - x^2 \geq 0,$$

$$a) P(-2, 2) = ?, P(3, 8) = ?, Q(1, -4) = ?, Q(2, 3) = ?,$$

$$e) S(x, y) = P(x, y) \wedge Q(x, y),$$

$$T(x, y) = P(x, y) \rightarrow Q(x, y);$$

$$10. P(x, y): y^2 - 2 \leq 0, \quad Q(x, y): xy - 1 > 0,$$

$$a) P(3, 1) = ?, P(-4, 3) = ?, Q(-3, 0) = ?, Q(3, 2) = ?,$$

$$e) S(x, y) = P(x, y) \vee \overline{Q}(x, y),$$

$$T(x, y) = Q(x, y) \rightarrow P(x, y).$$

$$11. P(x, y): y - 3x^2 - 1 \geq 0, \quad Q(x, y): x^2 + y^2 - 9 < 0$$

$$a) P(1, 1) = ?, P(0, 2) = ?, Q(2, 2) = ?, Q(1, 0) = ?.$$

$$e) S(x, y) = P(x, y) \wedge Q(x, y),$$

$$T(x, y) = P(x, y) \rightarrow Q(x, y);$$

$$12. P(x, y): xy+3=0, \quad Q(x, y): 3x-2y \leq 0,$$

$$a) P(\sqrt{2}, -\sqrt{2})=?, P(1, 3)=?, Q(1, 3)=?, Q(-1, -3)=?,$$

$$e) S(x, y) = P(x, y) \vee Q(x, y),$$

$$T(x, y) = P(x, y) \leftrightarrow Q(x, y);$$

$$13. P(x, y): y^2+x^2 \geq 0, \quad Q(x, y): y+x^2-2=0,$$

$$a) P(2, 3)=?, P(-2, -1)=?, Q(3, 2)=?, Q(2, 0)=?,$$

$$e) \neg S(x, y) = P(x, y) \wedge Q(x, y),$$

$$T(x, y) = Q(x, y) \rightarrow P(x, y);$$

$$14. P(x, y): y-4 \geq 0, \quad Q(x, y): xy-2 < 0,$$

$$a) P(2, 3)=?, P(-2, 1)=?, \quad Q(1, -3)=?, Q(-2, -2)=?,$$

$$e) S(x, y) = P(x, y) \vee Q(x, y),$$

$$T(x, y) = \neg P(x, y) \leftrightarrow Q(x, y);$$

$$15. P(x, y): x^2-y^2 \geq 0, \quad Q(x, y): x^2+y^2-7 \leq 0,$$

$$a) P(2, 3)=?, P(-2, -1)=?, \quad Q(-1, 2)=?, Q(2, -3)=?,$$

$$e) S(x, y) = P(x, y) \wedge Q(x, y),$$

$$T(x, y) = Q(x, y) \rightarrow P(x, y);$$

$$16. P(x, y): 2x-y^2-1 \geq 0, \quad Q(x, y): x-2 \leq 0,$$

$$a) P(-1, 4)=?, P(5, 2)=?, \quad Q(-2, 3)=?, Q(4, 1)=?,$$

$$e) S(x, y) = P(x, y) \vee \neg Q(x, y),$$

$$T(x, y) = P(x, y) \leftrightarrow Q(x, y);$$

$$17. P(x, y): x^2+y^2-9 \geq 0, \quad Q(x, y): 9x^2-y^2 < 0,$$

$$a) P(1, -1)=?, P(3, 4)=?, \quad Q(2, 4)=?, Q(4, -1)=?,$$



$$e) S(x, y) = P(x, y) \wedge Q(x, y),$$

$$T(x, y) = Q(x, y) \rightarrow P(x, y);$$

$$18. P(x, y): x - y^2 \leq 0, \quad Q(x, y): x^2 - 9 > 0,$$

$$a) P(-4, 2) = ?, P(3, -1) = ?, Q(-\sqrt{3}, 4) = ?, Q(4, -3) = ?,$$

$$e) S(x, y) = P(x, y) \vee \bar{Q}(x, y),$$

$$T(x, y) = P(x, y) \leftrightarrow Q(x, y);$$

$$19. P(x, y): y - 2x + 2 < 0, \quad Q(x, y): y - x^2 \geq 0,$$

$$a) P(-2, 2) = ?, P(3, 8) = ?, Q(1, -4) = ?, Q(2, 3) = ?,$$

$$e) S(x, y) = P(x, y) \wedge Q(x, y),$$

$$T(x, y) = P(x, y) \rightarrow Q(x, y);$$

$$20. P(x, y): y^2 - 4 \leq 0, \quad Q(x, y): xy - 1 > 0,$$

$$a) P(3, 1) = ?, P(-4, 3) = ?, Q(-3, 0) = ?, Q(3, 2) = ?,$$

$$e) S(x, y) = P(x, y) \vee \bar{Q}(x, y),$$

$$T(x, y) = Q(x, y) \rightarrow P(x, y).$$

$$21. P(x, y): 2y - 2x^2 - 1 \geq 0, \quad Q(x, y): x^2 + y^2 - 3 < 0$$

$$a) P(1, 1) = ?, P(0, 2) = ?, Q(2, 2) = ?, Q(1, 0) = ?.$$

$$e) S(x, y) = P(x, y) \wedge Q(x, y),$$

$$T(x, y) = P(x, y) \rightarrow Q(x, y);$$

$$22. P(x, y): xy + 1 = 0, \quad Q(x, y): 2x - 3y \leq 0,$$

$$a) P(\sqrt{2}, -\sqrt{2}) = ?, P(1, 3) = ?, Q(1, 3) = ?, Q(-1, -3) = ?,$$

$$e) S(x, y) = P(x, y) \vee Q(x, y),$$

$$T(x, y) = P(x, y) \leftrightarrow Q(x, y);$$

$$23. P(x, y): y^2 - 4x^2 \geq 0, \quad Q(x, y): y + 4x^2 - 1 = 0,$$

$$a) P(2, 3) = ?, P(-2, -1) = ?, Q(3, 2) = ?, Q(2, 0) = ?,$$

$$e) \neg S(x, y) = P(x, y) \wedge Q(x, y),$$

$$T(x, y) = Q(x, y) \rightarrow P(x, y);$$

$$24. P(x, y): x-2 \geq 0, Q(x, y): xy-1 < 0,$$

$$a) P(2, 3) = ?, P(-2, 1) = ?, Q(1, -3) = ?, Q(-2, -2) = ?,$$

$$e) S(x, y) = P(x, y) \vee Q(x, y),$$

$$T(x, y) = \neg P(x, y) \leftrightarrow Q(x, y);$$

### Завдання 9

Для одномісних предикатів  $P(x)$  і  $Q(x)$ , заданих на множині  $R$  дійсних чисел рівнянням (нерівністю), виконайте наступне:

- напишіть словами висловлення, отримані в результаті операції квантифікації, знайдіть їхні значення істинності;
- напишіть словами висловлення, отримані в результаті операцій квантифікації і « $\wedge$ » або « $\vee$ », знайдіть їхні значення істинності;
- напишіть словами висловлення, отримані в результаті операцій квантифікації та заперечення, знайдіть їхні значення істинності;
- напишіть словами висловлення, знайдіть його значення істинності.

$$1. P(x): 2x^2 + 3x + 1 \geq 0, Q(x): x^2 - 1 < 0,$$

- $\exists x P(x), \forall x Q(x)$
- $\exists x (P(x) \wedge Q(x)), \exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$
- $\overline{\exists x Q(x)}, \forall x \overline{Q(x)}$
- $\forall x (Q(x) \rightarrow \overline{P(x)})$

$$2. P(x): \sqrt{3x-1} \leq 2, Q(x): x^2 + x + 1 < 0,$$

- $\forall x P(x), \exists x Q(x)$
- $\forall x (P(x) \vee Q(x)), \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$
- $\overline{\forall x P(x)}, \exists x \overline{P(x)}$
- $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$

$$3. P(x): \sqrt{x-3} > 2, Q(x): x^2 + 5x + 6 \geq 0,$$

- $\exists x P(x), \forall x Q(x)$
- $\forall x (P(x) \wedge Q(x)), \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$
- $\overline{\exists x Q(x)}, \forall x \overline{Q(x)}$
- $\forall x (P(x) \rightarrow \overline{Q(x)})$

$$4. P(x): x^2 + x + 1 > 0, Q(x): \sqrt{2x-5} \leq 1,$$

- a)  $\forall xP(x), \exists xQ(x)$
- b)  $\exists x(P(x) \vee Q(x)), \exists xP(x) \vee \exists xQ(x)$
- c)  $\overline{\forall xP(x)}, \overline{\exists xP(x)}$
- d)  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

5.  $P(x): 3x+2 > 2x+1, Q(x): x^2-x-6 < 0,$

- a)  $\forall xP(x), \exists xQ(x)$
- b)  $\forall x(P(x) \wedge Q(x)), \forall xP(x) \wedge \forall xQ(x),$
- c)  $\overline{\forall xP(x)}, \overline{\exists xP(x)}$
- d)  $\forall x(P(x) \rightarrow \overline{Q(x)})$

6.  $P(x): 2x^2+5x+3 < 0, Q(x): /3x-2 / \geq 4,$

- a)  $\exists xP(x), \forall xQ(x)$
- b)  $\exists x(P(x) \wedge Q(x)) \exists xP(x) \wedge \exists xQ(x)$
- c)  $\overline{\forall xP(x)}, \overline{\exists xP(x)}$
- d)  $\forall x(P(x) \rightarrow \overline{Q(x)})$

7.  $P(x): 3x-1 > 7, Q(x): x^2-6x+8 \geq 0,$

- a)  $\exists xP(x), \forall xQ(x)$
- b)  $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$
- c)  $\overline{\exists xQ(x)}, \overline{\forall xQ(x)}$
- d)  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

8.  $P(x): /x-2 / \geq 3, Q(x): x^2+2x+3 \leq 0,$

- a)  $\forall xP(x), \exists xQ(x)$
- b)  $\exists x(P(x) \wedge Q(x)) \exists xP(x) \wedge \exists xQ(x)$
- c)  $\overline{\exists xQ(x)}, \overline{\forall xP(x)}$
- d)  $\forall x(P(x) \rightarrow \overline{Q(x)})$

9.  $P(x): /2x-3 / \geq 0, Q(x): x^2+2x+1 = 0,$

- a)  $\forall xP(x), \exists xQ(x)$
- b)  $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$
- c)  $\overline{\forall xQ(x)}, \overline{\exists xQ(x)}$
- d)  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

10.  $P(x): 3x+4 > 7, Q(x): x^2-5x+6 \geq 0,$

- a)  $\exists xP(x), \forall xQ(x)$
- b)  $\exists x(P(x) \wedge Q(x)) \exists xP(x) \wedge \exists xQ(x)$
- c)  $\overline{\exists xP(x)}, \overline{\forall xP(x)}$
- d)  $\forall x(P(x) \rightarrow \overline{Q(x)})$

11.  $P(x): x^2+5x+6 \geq 0, Q(x): x^2-2 < 0,$

- e)  $\exists xP(x), \forall xQ(x)$
- f)  $\exists x(P(x) \wedge Q(x)), \exists xP(x) \wedge \exists xQ(x)$
- g)  $\overline{\exists xQ(x)}, \forall xQ(x)$
- h)  $\forall x(Q(x) \rightarrow \overline{P(x)})$

12.  $P(x): /3x-2 / \leq 3, Q(x): x^2+x+1 < 0,$

- a)  $\forall xP(x), \exists xQ(x)$
- i)  $\forall x(P(x) \vee Q(x)), \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$
- j)  $\overline{\forall xP(x)}, \exists xP(x)$
- k)  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

13.  $P(x): /4x-3 / > 2, Q(x): x^2+5x-6 \geq 0,$

- d)  $\exists xP(x), \forall xQ(x)$
- e)  $\forall x(P(x) \wedge Q(x)), \forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$
- f)  $\overline{\exists xQ(x)}, \forall xQ(x)$
- d)  $\forall x(P(x) \rightarrow \overline{Q(x)})$

14.  $P(x): x^2+x+2 > 0, Q(x): /2x-2 / \leq 1,$

- a)  $\forall xP(x), \exists xQ(x)$
- b)  $\exists x(P(x) \vee Q(x)), \exists xP(x) \vee \exists xQ(x)$
- c)  $\overline{\forall xP(x)}, \exists xP(x)$
- d)  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

15.  $P(x): 3x+3 > 2x+2, Q(x): x^2-6x-5 < 0,$

- e)  $\forall xP(x), \exists xQ(x)$
- f)  $\forall x(P(x) \wedge Q(x)), \forall xP(x) \wedge \forall xQ(x),$
- g)  $\overline{\forall xP(x)}, \exists xP(x)$
- h)  $\forall x(P(x) \rightarrow \overline{Q(x)})$

16.  $P(x): 2x^2+5x+1 < 0, Q(x): /3x-2 / \geq 2,$

- e)  $\exists xP(x), \forall xQ(x)$
- f)  $\exists x(P(x) \wedge Q(x)) \exists xP(x) \wedge \exists xQ(x)$
- g)  $\overline{\forall xP(x)}, \exists xP(x)$
- h)  $\forall x(P(x) \rightarrow \overline{Q(x)})$

17.  $P(x): 4x-1 > 5, Q(x): x^2-6x+8 \geq 0,$

- d)  $\exists xP(x), \forall xQ(x)$
- e)  $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$
- f)  $\overline{\exists xQ(x)}, \forall xQ(x)$
- d)  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

18.  $P(x): /4x-2 / \geq 2, Q(x): x^2+3x+3 \leq 0,$

- c)  $\forall xP(x), \exists xQ(x)$
- d)  $\exists x(P(x) \wedge Q(x)) \exists xP(x) \wedge \exists xQ(x)$
- c)  $\overline{\exists xQ(x)}, \forall x\overline{P(x)}$
- d)  $\forall x(P(x) \rightarrow \overline{Q(x)})$

19.  $P(x): /x-3 / \geq 0, Q(x): x^2+2x+1=0,$

- d)  $\forall xP(x), \exists xQ(x)$
- e)  $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$
- f)  $\overline{\forall xQ(x)}, \exists x\overline{Q(x)}$
- d)  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

20.  $P(x): 3x+2 > 7, Q(x): x^2-2x+1 \geq 0,$

- e)  $\exists xP(x), \forall xQ(x)$
- f)  $\exists x(P(x) \wedge Q(x)) \exists xP(x) \wedge \exists xQ(x)$
- g)  $\overline{\exists xP(x)}, \forall x\overline{P(x)}$
- h)  $\forall x(P(x) \rightarrow \overline{Q(x)})$

### Завдання 10

1-10. Довести, що задана формула є загальнозначущою:

- a) за означенням;
- b) методом від супротивного.

1.  $(\forall x)(P(x) \wedge Q(x)) \leftrightarrow ((\forall x)P(x) \wedge (\forall x)Q(x));$
2.  $(\exists x)(P(x) \vee Q(x)) \leftrightarrow ((\exists x)P(x) \vee (\exists x)Q(x));$
3.  $(\forall x)(P(x) \vee Q(y_1, y_2)) \leftrightarrow ((\forall x)P(x) \vee Q(y_1, y_2));$
4.  $(\exists x)(P(x) \wedge Q(y_1, y_2)) \leftrightarrow ((\exists x)P(x) \wedge Q(y_1, y_2));$
5.  $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(y_1, y_2)) \leftrightarrow ((\exists x)P(x) \rightarrow Q(y_1, y_2));$
6.  $(\exists x)(P(x) \rightarrow Q(y_1, y_2)) \leftrightarrow ((\forall x)P(x) \rightarrow Q(y_1, y_2));$
7.  $(\forall x)(Q(y_1, y_2) \rightarrow P(x)) \leftrightarrow (Q(y_1, y_2) \rightarrow (\forall x)P(x));$
8.  $(\exists x)(Q(y_1, y_2) \rightarrow P(x)) \leftrightarrow (Q(y_1, y_2) \rightarrow (\exists x)P(x));$
9.  $\neg(\forall x)P(x, y) \leftrightarrow (\exists x) \neg P(x, y).$
10.  $(\exists x)P(x, y) \leftrightarrow (\exists t)P(t, y).$
11.  $(\forall x)P(x) \rightarrow \exists x Q(x) \leftrightarrow \exists x(P(x) \rightarrow Q(x)).$
12.  $(\exists x)P(x) \rightarrow \forall x Q(x) \rightarrow \forall x(P(x) \rightarrow Q(x)).$

13-24. Довести рівносильність формул  $\alpha$  і  $\beta$  алгебри висловлень:

- a) за означенням;
- b) методом від супротивного.
- 13.  $\alpha = \exists x(P(x) \vee H(x)), \beta = \exists xP(x) \vee \exists H(x),$
- 14.  $\alpha = \forall x(P(x) \wedge H(x)), \beta = \forall xP(x) \wedge \forall xH(x),$
- 15.  $\alpha = \overline{\exists xP(x)}, \beta = \forall x\overline{P(x)}.$

16.  $\alpha = \overline{\forall xP(x)}$ ,  $\beta = \overline{\exists xP(x)}$ .
17.  $\alpha = H(y) \wedge (\exists x)P(x)$ ,  $\beta = (\exists x)(H(y) \wedge P(x))$ ,
18.  $\alpha = H(y) \wedge (\forall x)P(x)$ ,  $\beta = (\forall x)(H(y) \wedge P(x))$ ,
19.  $\alpha = H(y) \vee (\exists x)P(x)$ ,  $\beta = (\exists x)(H(y) \vee P(x))$ ,
20.  $\alpha = H(y) \rightarrow (\forall x)P(x)$ ,  $\beta = (\forall x)(H(y) \rightarrow P(x))$ ,
21.  $\alpha = (\exists x)(P(x) \rightarrow H(y))$ ,  $\beta = (\forall x)(P(x) \rightarrow H(y))$ ,
22.  $\alpha = (\forall x)(P(x) \rightarrow H(y))$ ,  $\beta = (\exists x)(P(x) \rightarrow H(y))$ ,
23.  $\alpha = (\forall x)(H(y) \leftrightarrow P(x))$ ,  $\beta = H(y) \leftrightarrow (\forall x)P(x)$ ,
24.  $\alpha = (\exists x)(P(x) \leftrightarrow H(y))$ ,  $\beta = (\exists x)P(x) \leftrightarrow H(y)$ ,

**Завдання 11.** Рівносильними перетвореннями звести формулу до ВНФ:

Варіант	Формула
1	$(\forall xP(x) \rightarrow \exists yQ(x,y)) \vee \neg (\exists xR(x,y)) \wedge \forall yS(y,z)$
2	$\forall x(\neg A(x) \rightarrow \exists x(\neg C(x))) \rightarrow \forall x((C(x) \rightarrow A(x)))$
3	$\forall x(A(x) \rightarrow \exists x(B(x))) \rightarrow \exists y(\neg A(x) \vee \neg C(y) \vee C(y) \wedge B(x))$
4	$\exists x(\forall yP(x,y) \rightarrow R(x)) \wedge \neg (\exists yQ(x,y) \vee \forall xS(x,z))$
5	$\forall x(A(x) \rightarrow B(y)) \wedge \forall y(A(x) \rightarrow (B(y) \rightarrow C(z))) \rightarrow \exists z(A(x) \rightarrow C(z))$
6	$\neg (\exists yQ(x,y) \vee \forall xR(x)) \vee (\exists xP(x,y) \rightarrow \forall yS(y,z))$
7	$\forall x(A(x) \rightarrow B(z)) \wedge \forall y(C(y) \rightarrow A(x)) \rightarrow \exists z(C(y) \rightarrow B(z))$
8	$\forall x(A(x) \rightarrow B(y)) \rightarrow \forall y((C(y) \vee A(x)) \rightarrow (C(y) \vee \exists y(B(y))))$
9	$\forall x(A(x) \rightarrow B(y)) \wedge \forall y(A(x) \rightarrow (B(y) \rightarrow C(z))) \rightarrow (A(x) \rightarrow \exists z(C(z)))$
10	$(\forall yP(x,y) \wedge \exists xQ(x,z)) \rightarrow \neg (\exists yR(x,y) \vee \forall xS(x))$
11	$\forall x(A(x) \rightarrow \exists z(B(y) \rightarrow C(z))) \rightarrow \forall y(B(y) \rightarrow (A(x) \rightarrow C(z)))$
12	$(\exists xS(x,z) \vee \forall yQ(x,y)) \rightarrow \neg (\forall xP(x,z) \vee \exists yR(y,z));$
13	$(\exists x(\neg A(x)) \rightarrow \forall x(\neg B(x))) \rightarrow (\neg B(x) \vee A(x))$
14	$(\neg (\exists yQ(x,y)) \wedge \forall xP(x,z)) \wedge (\exists xR(x) \rightarrow \forall yS(x,y));$
15	$\forall x(\neg A(x) \rightarrow \exists y(B(y))) \rightarrow (\neg B(y) \rightarrow A(x))$
16	$(\forall x(B(x)) \rightarrow \exists x(A(x))) \wedge \exists y((A(x) \rightarrow C(y)) \rightarrow (\neg C(y) \wedge B(x)))$
17	$\forall x(\neg A(x) \rightarrow \exists y(B(y))) \rightarrow (B(y) \vee A(x))$
18	$\forall x(\neg A(x) \rightarrow \exists y(\neg B(y))) \rightarrow (B(y) \rightarrow A(x))$
19	$(\exists yQ(y) \rightarrow \forall xP(x,y)) \rightarrow \neg (\exists xS(x,z) \wedge \forall yR(x,y));$
20	$(\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \wedge \forall z(C(z) \rightarrow A(x))) \rightarrow \exists y(C(z) \rightarrow B(y))$

21	$(\forall x(B(x) \rightarrow \forall y(A(y))) \wedge (\forall y(B(y) \rightarrow (A(x) \rightarrow C(z)))) \rightarrow \exists z(C(z))$
22	$\forall x(B(x)) \rightarrow \exists y(A(y) \rightarrow B(x))$
23	$\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\forall y(C(y) \rightarrow A(x)) \rightarrow \exists z(C(z) \rightarrow B(x)))$
24	$\forall x(B(x) \rightarrow A(y)) \wedge (B(x) \rightarrow \forall y(A(y) \rightarrow C(z))) \rightarrow \exists z(C(z))$

### Завдання 12.

1. Задана машина Тьюрінга із зовнішнім алфавітом  $A = \{a_0, 1\}$ , алфавітом  $\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$  та наступною функціональною схемою:

$Q$	$q_1$	$q_2$	$q_3$
$a_0$	$q_2 a_0 R$	$q_2 a_0 R$	$q_0 a_0$
$1$	$q_1 1 R$	$q_3 1 R$	$q_3 1 R$

Необхідно:

- Встановити, чи зупиниться коли-небудь ця машина, якщо вона починає свою роботу із заданого слова (в початковий момент, в стані  $q_1$ , машина знаходиться в комірці, в якій записана **перша зліва** буква слова, що переробляється).
- У випадку, якщо машина зупиняється, визначити, яке слово отримано нею в результаті, та яка її остання конфігурація.

Задане слово:

- $111a_0a_01$
- $11a_0a_011a_01$ .
- $1111111$ .
- $1a_0a_011a_01$ .
- $1a_0111a_0a_011$ .
- $a_011a_0a_011$
- $1a_01a_01a_011$
- $111a_0a_0a_011$
- $a_01a_01a_01a_01$
- $a_011a_0111$
- $11a_011a_0a_0$
- $1a_011a_0a_011$
- $1111a_0a_0a_0$
- $111a_01a_0a_01$
- $a_01a_01a_0a_011$
- $a_01a_011a_0a_01$

- 17.  $a_0 11 a_0 111$
- 18.  $1 a_0 1 a_0 1 a_0 1 a_0$
- 19.  $a_0 1 a_0 1 a_0 1 a_0 1$
- 20.  $11 a_0 a_0 a_0 11 a_0 a_0$
- 21.  $a_0 a_0 11 a_0 a_0 11$
- 22.  $1 a_0 11 a_0 111$
- 23.  $1 a_0 111 a_0 a_0$
- 24.  $a_0 1 a_0 11 a_0 a_0 1$
- 25.  $a_0 1 a_0 1 a_0 111$